

Anwendung der Greenschen Formel

Es sei u in der punktierten Kugel $B_R(x_0) := \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x - x_0| < R\}$ harmonisch. Zeigen Sie:

a) Für $r \in (0, R)$ ist der Wert des Integrals

$$\int_{\partial B_r(x_0)} \frac{(x - x_0) \cdot \nabla u(x)}{|x - x_0|} do_x$$

unabhängig von r .

b) Es ist

$$\int_{\partial B_r(x_0)} u(y) do_y = \begin{cases} \frac{c_0}{2-n} r + d_0 r^{n-1} & \text{falls } n \geq 3, \\ c_0 r \ln r + d_0 r & \text{falls } n = 2 \end{cases}$$

mit Konstanten c_0, d_0 . Welchen Wert hat c_0 ?